

Perceptron træningsalgoritme

Vi har en funktion, der hedder decided output. Den er defineret sådan:

$$\delta(x) = \begin{cases} +1 & \text{hvis } x \text{ er rød} \\ -1 & \text{hvis } x \text{ er blå} \end{cases}$$

hvor x er et punkt.

1. Vælg et punkt som input.
2. Hvis den er korrekt klassificeret, skal der ikke gøres noget.
3. Ellers skal w opdateres således

$$w_i = w_i + \eta \cdot \delta(x) \cdot x_i$$

Gentag dette indtil alle er korrekt klassificeret.

Eksempel:

$$\text{Vi starter med } w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

Dette er en repræsentation af linjen der deler punkterne. Den har ligningen

$$0 = w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2$$

Dvs

$$0 = 0 + 1 \cdot x_1 + 0.5 \cdot x_2$$

Hvis vi isolere x_2 fås

$$x_2 = -2 \cdot x_1$$

x_1 svarer til x og x_2 svarer til y

Tegn linjen ind i koordinatsystemet.

Vi ønsker nu at beregne en linje således at alle de punkter, der er over linjen er røde og alle dem der er under er blå.

Vi har givet konstanterne

$\eta = 0.2$ og $x_0 = 1$ (sådan skal det være for at algoritmen virker).

Vi tager nu alle punkter en af gangen.

Vi starter med $A(1, 1)$.

Vi ved at den er rød. Vi skal beregne om den er korrekt placeret (vi kan godt se at den er det, men vi beregner det alligevel).

Det er den hvis $w_0 \cdot x_0 + w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 > 0$. For røde punkter skal det være større end 0 og for blå skal det være mindre end 0

Vi beregner altså $0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 = 1.5$ som er større end 0.

Derfor kan linjen godt bruges til at klassificere dette punkt så vi foretager os ikke noget.

Vi kigger nu på $B(2, -2)$.

Vi ved den er blå. Derfor skal

$w_0 \cdot x_0 + w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 < 0$ hvis den er korrekt placeret.

Vi beregner $0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0.5 \cdot (-2) > 0$. B er altså ikke korrekt klassificeret og vi skal nu opdatere w.

Det gør vi ved denne formel

$w_i = w_i + \eta \cdot \delta(x) \cdot x_i$ hvor x er punktet.

Dvs vi skal beregne

$$w_0 = w_0 + \eta \cdot \delta(B) \cdot x_0$$

$$w_1 = w_1 + \eta \cdot \delta(B) \cdot x_1$$

$$w_2 = w_2 + \eta \cdot \delta(B) \cdot x_2$$

Vi beregner $\delta(B) = -1$ da punktet er blå. Så

$$w_0 = 0 + 0.2 \cdot (-1) \cdot 1 = -0.2$$

$$w_1 = 1 + 0.2 \cdot (-1) \cdot 2 = 0.6$$

$$w_2 = 0.5 + 0.2 \cdot (-1) \cdot (-2) = 0.9$$

Herefter har vi en ny linje

$$0 = -0.2 \cdot x_0 + 0.6 \cdot x_1 + 0.9 \cdot x_2 \quad \Leftrightarrow$$

$$0 = -0.2 \cdot 1 + 0.6 \cdot x_1 + 0.9 \cdot x_2 \quad \Leftrightarrow$$

$$0 = -0.2 + 0.6 \cdot x_1 + 0.9 \cdot x_2$$

Isoler x_2 og tegn den ind i et nyt koordinatsystem.

Fortsæt denne proces med resten af punkterne.

Til sidst skulle man gerne have en linje der ligger mellem de røde og de blå.

